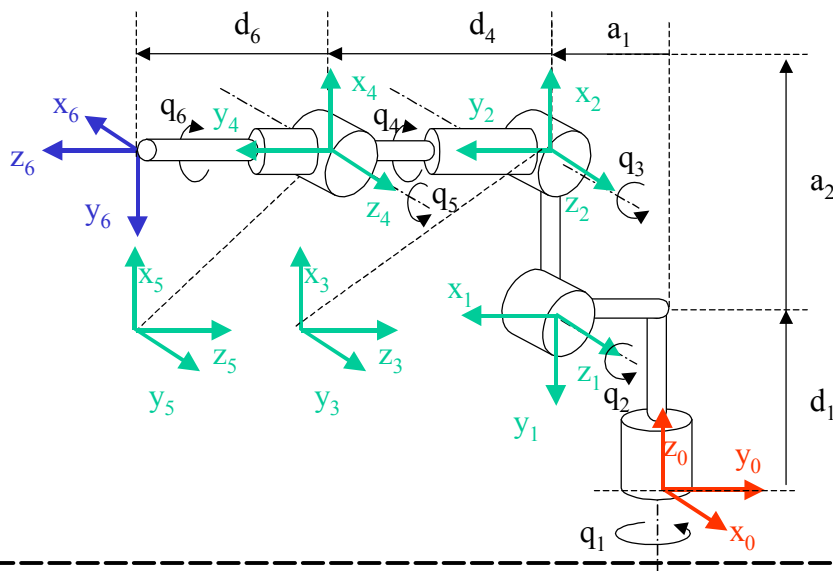
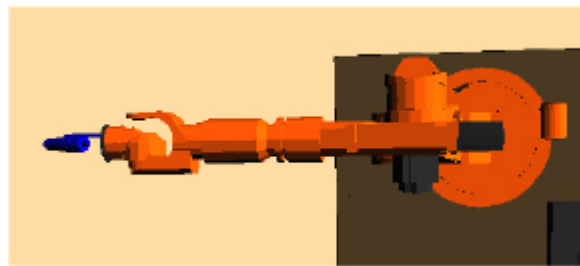
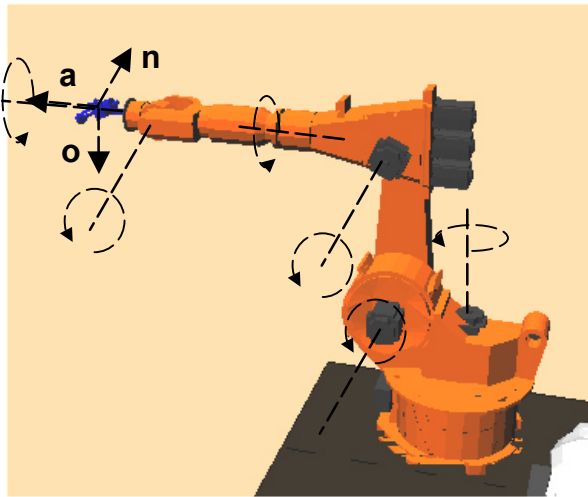


Nom alumne: _____ Titulació: ETIS ETIEI EI

Temps màxim de resolució de l'examen : **3 h.**

Per a la resolució de l'examen es pot utilitzar la calculadora i el formulari lliurat pel professor. No està permès consultar cap altre tipus de documentació. Les notes sortiran publicades el 27 de Gener 2003 i la revisió de l'examen es farà el 29 de Gener a les 3 de la tarda al despatx 016 del PIV.

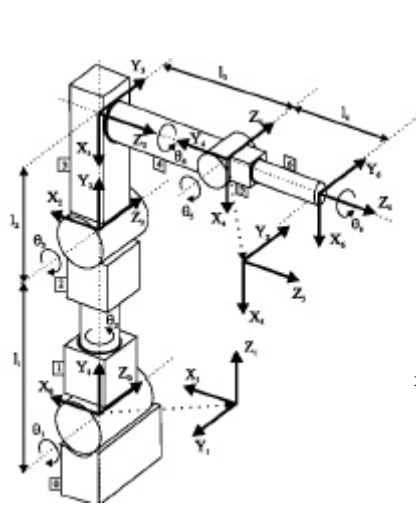
1.- [2 PUNTS] Dibuixeu un model simplificat del robot. Apliqueu l'algorisme de DH, dibuixeu els sistemes de coordenades i empleneu la taula. Respecteu com a **sentits positius** els indicats amb la **fletxa**.



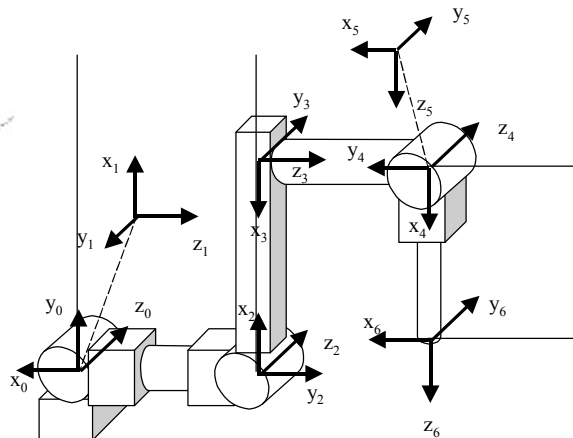
	q_k	d_k	a_k	α_k	Home
1	q_1	d_1	a_1	-90	-90
2	q_2	0	a_2	0	-90
3	q_3	0	0	90	0
4	q_4	$-d_4$	0	-90	0
5	q_5	0	0	90	0
6	q_6	$-d_6$	0	0	180

2- [1 PUNT] Sobre el manipulador IRB6400 de 6 GdLL angulars de la figura es demana:

- Digueu la posició, en coordenades de robot, en que es troba situat el robot.
- Dibuixeu el robot a la posició (90°, 0°, 180°, 0°, 90°, 0°)



a) $(0^\circ, 0^\circ, -90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$

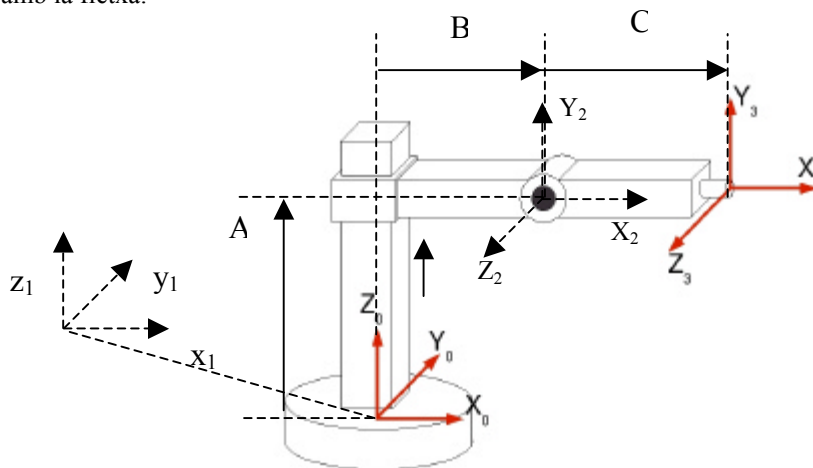


b) $(90^\circ, 0^\circ, 180^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$

3- [1,5 PUNTS] Problema cinemàtic directe del manipulador de la figura: Cal aplicar l'algorithm de DH, situar els sistemes de coordenades, emplenar la taula, obtenir les matrius ${}^{i-1}A_i$ i calcular la ${}^R T_H$ simbòlica.

Nota: Respecteu com a sentits positius els indicats amb la fletxa.

Art. no.	θ	d	a	α	HOM E
1	Q1	0	0	0	0
2	0	Q2	B	$\pi/2$	A
3	Q3	0	C	0	0



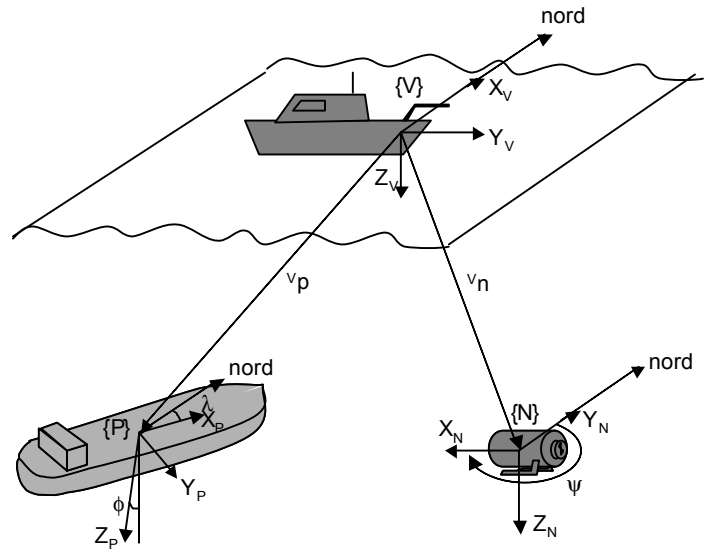
$${}^0 A_1 = \begin{pmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; {}^1 A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & B \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; {}^2 A_3 = \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & C \cdot C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & C \cdot S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^R T_H = {}^0 A_3 = \begin{pmatrix} C_1 \cdot C_3 & -C_1 \cdot S_3 & S_1 & C \cdot C_1 \cdot C_3 + B C_1 \\ S_1 \cdot C_3 & -S_1 \cdot S_3 & -C_1 & C \cdot S_1 \cdot C_3 + B S_1 \\ S_3 & C_3 & 0 & q_2 + C \cdot S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4- [2 PUNTS] En les operacions d'avaluació dels danys del petrolier Prestige s'està utilitzant el submarí Nautille. El submarí està en contacte amb un vaixell que supervisa les operacions i guia al submarí fins al petrolier enfonsat. Des d'aquest vaixell es coneix la posició del Prestige respecte un sistema de coordenades {V} situat en el propi vaixell. També es realitza una estimació de la posició del submarí Nautille.

Sigui:

- {V} el sistema de coordenades situat en el vaixell.
- {N} el sistema de coordenades situat al centre de gravetat del vehicle Nautille.
- {P} el sistema de coordenades situat en el Prestige.
- $\Psi = 270^\circ$ l'orientació del submarí respecte el nord magnètic
- λ l'orientació del Prestige respecte el nord magnètic
- ϕ el gir del Prestige sobre P_x respecte la vertical
- ${}^V n = (0.8, -0.5, 2.5)$ l'origen de {N} respecte {V}
- ${}^V p = (-0.2, 0.3, 3.5)$ la posició del Prestige.



Notes:

- L'eix X del sistema de coordenades {V} està alineat amb el nord magnètic de la Terra.
- El submarí Nautille no té inclinacions de pitch ni de roll. O sigui el pla ${}^N x^N y^N$ és paral·lel al ${}^V x^V y^V$.
- El Prestige no té inclinació de pitch, o sigui, el gir sobre P_y és zero.
- Les mesures donades estan en km i graus

Es demana:

a) Calculeu de forma numèrica la matriu homogènia ${}^V T_N$

$${}^V T_N = \text{Trasl}({}^V n) \cdot I \cdot \text{RotZ}(\Psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^V n_x \\ 0 & 1 & 0 & {}^V n_y \\ 0 & 0 & 1 & {}^V n_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\Psi & -s\Psi & 0 & 0 \\ s\Psi & c\Psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^V T_N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0.8 \\ -1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Calculeu la posició ${}^N p$

$${}^N T_V = ({}^V T_N)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0.8 \\ -1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} R^T & -R^T \cdot p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^N T_V = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -0.5 \\ 1 & 0 & 0 & -0.8 \\ 0 & 0 & 1 & -2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^N p = {}^N T_V \cdot {}^V p = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -0.5 \\ 1 & 0 & 0 & -0.8 \\ 0 & 0 & 1 & -2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.3 \\ 3.5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) El Nautille ja ha trobat el prestige, ${}^V n = (-0.19, 0.31, 3.49)$, i està inspeccionant un punt "x" del qual s'estima la posició, ${}^N x = (0.005, 0.0, 0.003)$. Volem saber quina part del petrolier s'està inspeccionant. Expliqueu, sense realitzar els càlculs, **totes** les operacions necessàries per trobar P_x .

$$\begin{aligned}
{}^P x &= ? = {}^P T_N \cdot {}^N x \\
{}^P T_N &= ? = {}^P T_V \cdot {}^V T_N \\
{}^P T_V &= ? = ({}^V T_P)^{-1} \\
{}^V T_P &= ? = \text{Trasl}({}^V p) \cdot I \cdot \text{RotZ}(\mathbf{I}) \cdot \text{RotX}(\mathbf{f}) \\
{}^V T_P &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^V n_x \\ 0 & 1 & 0 & {}^V n_y \\ 0 & 0 & 1 & {}^V n_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\mathbf{I} & -s\mathbf{I} & 0 & 0 \\ s\mathbf{I} & c\mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\mathbf{f} & -s\mathbf{f} & 0 \\ 0 & s\mathbf{f} & c\mathbf{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
{}^P T_V &= ({}^V T_P)^{-1} = \begin{pmatrix} R^T & -R^T \cdot p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
{}^V T_N &= \text{Trasl}({}^V n) \cdot I \cdot \text{RotZ}(\Psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^V n_x \\ 0 & 1 & 0 & {}^V n_y \\ 0 & 0 & 1 & {}^V n_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\Psi & -s\Psi & 0 & 0 \\ s\Psi & c\Psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
{}^P T_N &= {}^P T_V \cdot {}^V T_N \\
{}^P x &= {}^P T_N \cdot {}^N x
\end{aligned}$$

5- [2,5 PUNTS] Volem realitzar un programa que mogui una peça a diferents caselles d'un pal·let. Utilitzarem el robot Mitsubishi de pràctiques i el llenguatge de programació MRL.

Es demana:

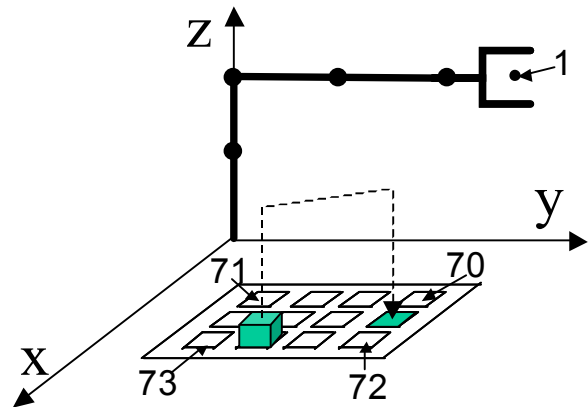
a) Escriviu un programa que des de la posició 1 (vegeu la figura), agafi la peça situada en el pal·let, la col·loqui en la casella indicada i torni a la posició 1. Haureu de tenir en compte:

- desplaçaments llargs a velocitat 9 i acceleració alta
- desplaçaments curts a velocitat 4 i acceleració baixa
- utilitzeu les comandes específiques per a treballar amb pal·lets.
- utilitzeu les posicions que apareixen en la figura.
- feu moviments perpendiculars al pal·let en agafar i deixar la peça i allunyeu-vos una distància de 30 mm del pal·let.
- comenteu breument cada línia

b) Aquestes posicions han estat memoritzades amb la teaching box.

Indiqueu breument la utilitat dels modes PPT, XYZ i TOOL.

c) Suposem que per extreure o introduir una peça en el pal·let s'hagués d'activar prèviament la sortida digital 2. Quina comanda hauríem hagut d'incloure?



a) Programa per moure la peça en el pal·let

```

10 PA 7,4,3           % inicialitzem el pal·let num. 7, amb 4 columnes i 3 files
20 SP 9,H             % velocitat 9 i acceleració alta
30 SC 71,3           % columna 3
40 SC 72,3           % fila 3
50 PT 7              % calculem el pal·let 7
60 MT 7,-30,O        % ens movem a la casella a una distància de 30 mm
70 SP 4,L             % velocitat 4 i acceleració lenta
80 MS 7,O            % ens movem en línia recta a la casella
90 GC                % tanquem la pinça
100 MT 7,-30,C       % ens allunyem a 30 mm
110 SC 71,1          % columna 1
120 SC 72,2          % fila 2
130 PT 7             % calculem la nova casella
140 SP 9,H           % velocitat 9 i acceleració alta
150 MT 7,-30,C       % ens movem a la casella i distància 30 mm
160 SP 4,L           % velocitat 4 i acceleració lenta
170 MS 7,C           % ens movem en línia recta a la casella
180 GO               % obrim la pinça

```

190 MT 7,-30,O	% ens retirem a 30 mm
200 SP 9,H	% velocitat 9 i acceleració alta
210 MO 1	% ens movem a la posició inicial
220 ED	% fi del programa

b) Modes de comandament amb la teaching box:

- PTP: moviment segons les coordenades de robot. Podem moure cadascuna de les articulacions del robot per separat.
- XYZ: moviment de l'element terminal segons un sistema de coordenades cartesià situat a la base del robot.
- TOOL: moviment de l'element terminal segons un sistema de coordenades cartesià situat en el propi element terminal.

c) Utilitzariem la comanda OB +2

6- [1 PUNT] Solucioneu el problema cinemàtic invers del següent manipulador del qual es coneix la seva ${}^R T_H$. Especifiqueu clarament les operacions mitjançant les quals heu assolit els resultats.

$${}^R T_H = \begin{pmatrix} -C_1 \cdot C_{23} & S_1 & C_1 \cdot S_{23} & C \cdot C_1 \cdot C_{23} + B \cdot C_1 \cdot C_2 \\ -S_1 \cdot C_{23} & -C_1 & S_1 \cdot S_{23} & C \cdot S_1 \cdot C_{23} + B \cdot S_1 \cdot C_2 \\ S_{23} & 0 & -C_{23} & C \cdot S_{23} + B \cdot S_2 + A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El problema té múltiples solucions, **dues de les quals** es recullen a continuació:

Solució 1:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= \text{atan2}(o_x, -o_y) \\ \mathbf{q}_{23} &= \text{atan2}(a_x, -n_x) \\ C_2 &= \frac{p_x - C \cdot C_1 \cdot C_{23}}{B \cdot C_1}; S_2 = \frac{p_z - C \cdot S_{23} - A}{B} \\ \mathbf{q}_2 &= \text{atan2}\left(\frac{p_z - C \cdot S_{23} - A}{B}, \frac{p_x - C \cdot C_1 \cdot C_{23}}{B \cdot C_1}\right) \\ \mathbf{q}_3 &= \mathbf{q}_{23} - \mathbf{q}_2 \end{aligned}$$

Solució 2:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= \text{atan2}(-n_y, -n_x) \\ \mathbf{q}_{23} &= \text{atan2}(n_z, -a_z) \\ C_2 &= \frac{p_y - C \cdot S_1 \cdot C_{23}}{B \cdot C_1}; S_2 = \frac{p_z - C \cdot S_{23} - A}{B} \\ \mathbf{q}_2 &= \text{atan2}\left(\frac{p_z - C \cdot S_{23} - A}{B}, \frac{p_y - C \cdot S_1 \cdot C_{23}}{B \cdot C_1}\right) \\ \mathbf{q}_3 &= \mathbf{q}_{23} - \mathbf{q}_2 \end{aligned}$$

Tot i que les solucions anteriors són considerades com a correctes, la solució de θ_2 , conté un $\cos(\theta_1)$ al denominador en el 2n paràmetre de la funció atan2, en tots dos casos. Això pot provocar que si θ_1 val 0, θ_2 no tingui solució.

Una solució que evita aquest problema es pot trobar calculant $P_x^2 + P_y^2$ i aïllant C_{23} :

$$\begin{aligned}
P_x^2 + P_y^2 &= C_1^2 \cdot (C \cdot C_{23} + B \cdot C_2)^2 + S_1^2 \cdot (C \cdot C_{23} + B \cdot C_2)^2 = \dots \\
&\dots = (C_1^2 + S_1^2) \cdot (C \cdot C_{23} + B \cdot C_2)^2 \\
C_2 &= \frac{\sqrt{P_x^2 + P_y^2} - C \cdot C_{23}}{B} \\
S_2 &= \frac{P_z - C \cdot S_{23} - A}{B} \\
\mathbf{q}_2 &= \text{atan2}\left(P_z - C \cdot S_{23} - A, \sqrt{P_x^2 + P_y^2} - C \cdot C_{23}\right)
\end{aligned}$$